Турсунметов К.А., Махсудов В.Г., Гиясова Ф.А. ©
Национальный университет Узбекистана

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Аннотация

В статье рассмотрены возможности выполнения лабораторных работ по механике с помощью маятника Обербека.

Summary

The paper considers the possibility of laborite work on the mechanics of using the pendulum Oberbeck.

Ключевые слова: Дидактика, маятник Обербека, шкив, момент силы, момент инерции, основной закон вращательного движения, период колебания, затухания, декремент затухания.

Keyword: Didactics, Oberbeck pendulum, torque, moment of inertia, the main law of the rotational motion, oscillation period, damping, decrement of damping.

Маятник Обербека состоит центрального диска, вращающегося почти без трения в горизонтальном стержне и встроенными в него взаимно в перпендикулярными 4-мя веточными стержнями.

Для изменения момента инерции маятника, нужно необходимо изменять расстояние до вращающегося стержня, сдвигая 4 груза с массой $m_{0,}$ установленных (встроенных) в стержнях. Маятник вращается под действием груза массой m, привязанных к нитью, обмотанной к шкиву. Обычно, с помощью маятника Обербека проверяются основные законы динамики для вращательного движения, т.е. проверяются закономерность $\beta \sim M$ по $M_1 = I \cdot \beta$. Здесь $M_1 = M - M_x$ и $M = m(g - a) \cdot r$ – момент силы действующей на маятник шкив к грузу привязанной к нитью обмотанной к маятнику шкива, M_x – момент силы трения, *m* – масса груза, *r* – радиус шкива, *a* – скорость груза.

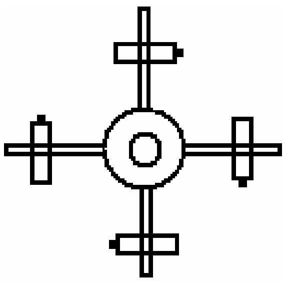

Рис. 1

На практике ускорение тела, падающего с высоты *h* за время *t*, находится по следующему выражению:

$$a = \frac{2h}{t^2};$$

Угловое ускорение находится по выражению: $\beta = \frac{a}{r};$

Согласно результатам эксперимента построят график зависимости β от M и по этой линейной зависимости определяется момент инерции маятника Обербека, который равен $I = I_0 + 4m_0 d^2$. Здесь I_0 – момент инерции маятника Обербека без груза, m_0 – масса грузов, подвешенных ветки маятника (берутся 4 одинаковых), d–расстояние от центра груза до оси вращения.

Следует отметить, что из графика зависимости $\beta = f(M)$ можно определить и момент силы трения M_x.

С помощью маятника Обербека можно проверить теорему Штейнера, равенство $I = I_0 + 4m_0d^2$. Для этого выше описанный эксперимент нужно провести для маятника без грузов и определить I_0. Затем установить 4 груза с массами m и определить I. Эти результаты сравниваются со значением равенства $I = I_0 + 4m_0d^2$ и проверяется выполнение теоремы Штейнера.

Так же существует следующий способ определения момента инерции маятника Обербека. На практике его можно определить по методу определению момента инерции тяжелого колеса [2]. Тогда

$$I_0 = \frac{mr^2\left(\frac{g}{2h} - \frac{1}{t^2}\right)}{\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t \cdot \tau}},$$

по этому выражению вычисляется момент инерции. Здесь t – время падения груза, подвешенного на нити и привязанного к шкиву с высоты h; τ–время прекращения движения маятника; m–масса груза; r–радиус шкива на который обмотана нить.

Этим способом также можно определить момент инерции маятника Обербека без груза I_0 и момент инерции I после установления 4-х грузов, а так же проверить равенство $I = I_0 + 4m_0d^2$, т.е. проверить выполнение теоремы Штейнера.

Так же существует следующий способ определения момента силы трения M_x маятника Обербека.

После падения груза с высоты h (нить во всю длину, груз не должен касаться земли) его потенциальная энергия тратится на преодоление кинетической энергии системы и силы трения: $mgh = E + \varphi M_x$, здесь φ – угол полного поворота маятника, E–кинетическая энергия системы.

Маятник будет вращаться несмотря на то, что груз опуститься на $l \leq h$, и нить вновь обмотается шкивом, а груз поднимется на высоту h_1. Тогда равенство $E = mgh_1 + \varphi_1 M$ будет уместным. Здесь φ_1 - угол полного поворота колеса, при поднятия груза высоту h_1.

Если радиус шкива r, то учитывая равенства $h = r \cdot \varphi$ и $h_1 = r \cdot \varphi_1$ можно определить M_x:

$$M = \frac{mgr(h-h_1)}{h+h_1}.$$

Как и в вышеописанном способе, учитывая равенства $I \cdot \beta = M - M_x$ и $a = \beta \cdot r = \frac{2h}{t^2}$, определим момент инерции маятника Обербека:

$$I = mr^2\left[\frac{gt^2}{2h}\left(1 - \frac{h-h_1}{h+h_1}\right)\right] = mr^2\left[\frac{gt^2h_1}{h(h+h_1)} - 1\right]$$

Из эксперимента можно определить значения для маятника Обербека без груза I_0 и с грузом $I = I_0 + 4m_0d^2$ и проверить теорему Штейнера.

С помощью маятника Обербека существует более сложный путь проверки основного закона динамики для вращательного движения [1]. Тогда угловое ускорение выражается формулой:

$$\beta = \frac{M - M_x}{I} = \frac{M - M_x}{I_0 + 4m_0d^2}$$

Здесь $M = m(g-a) \cdot r$–момент силы, действующей на шкив грузом, привязанный к нитью обмотанной шкиву; M_x–момент силы трения; d – расстояние от центра вращения грузов, подвешенных на ветки маятника Обербека. Выражения $a = \frac{2h}{t^2}$ и $a = \beta \cdot r$, а так же $M = m(g - a) \cdot r$ подставив в формулу

$$\beta = \frac{M - M_x}{I_0 + 4m_0 d^2}$$

получим следующее уравнение:

$$d^2 = \frac{r}{8hm_0}(mgr - M_x)t^2 - \left(\frac{m}{4m_0}r^2 - \frac{I_0}{4m_0}\right).$$

На основе результатов эксперимента, построят график зависимости d^2 к t^2. При этом вводя обозначении:

$$d^2 = y$$

$$\frac{r}{8hm_0}(mgr - M_x) = a$$

$$\frac{m}{4m_0}r^2 - \frac{I_0}{4m_0} = b$$

$$t^2 = x$$

получим линейную зависимость $y = ax - b$.

Эти графики зависимости являются линейными и они приведены на рисунке 2.

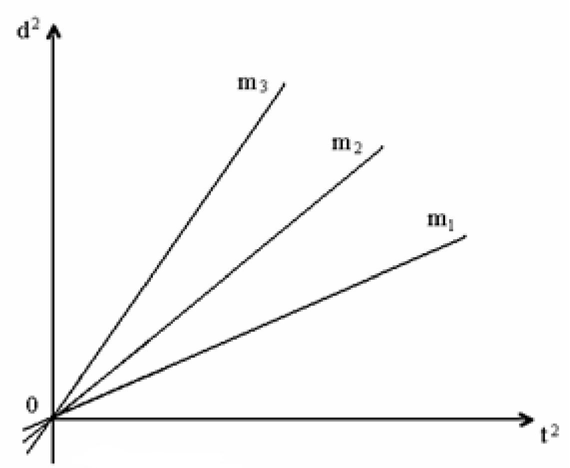

Рис. 2

Здесь подтверждается выполнения основного закона динамики вращательного движения путем выполнения линейной зависимости d^2 от t^2 вращательного движения. По графику, при $t^2 = 0$ определяют

$$b = \frac{m}{4m_0}r^2 - \frac{I_0}{4m_0}$$

Из этого выражения можно определить момент инерции I_0 маятника Обербека без груза.

По каждому графику можно определить значения

$$a = \frac{r}{8hm_0}(mgr - M_x)$$

для одинаковых грузов (*m*), подвешенных к нити и по нему определить момент силы трения M_x.

Можно использовать еще один более легкий способ выполнения основного закона динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека.

При этом считают, что момент силы трения $M_x \ll M$, т.е. принимают как $M_x \approx 0$. В таком случае, из уравнения выше описанного метода получим следующее выражение:

$$t^2 = \frac{2h}{mgr^2}(I_0 + 4m_0d^2 + mr^2)$$

отсюда через выражение $I_0 = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) - 4m_0d^2$ можно определить значение I_0 , а так же для положения грузов маятника Обербека d_1и d_2 , измеряется время падения груза t_1^2 и t_2^2 для груза данной массой m подвешенного к нити.

Если при этом выполняется равенство,

$$t_1^2 - t_2^2 = \frac{8hm_0}{mgr^2}(d_1^2 - d_2^2),$$

то основной закон динамики вращательного движения маятника Обербека считается выполненным.

Теперь рассмотрим определение момента инерции маятника Обербека по законам колебательного движения. В этом случае от центра маятника на расстоянии d на одну ветку маятника установим один груз m_0 и раскачаем. Уравнение его движения примет вид: $(I_0 + m_0d^2)\ddot{\varphi} = -mgdsin\varphi$.

Здесь $\ddot{\varphi} = \beta$ – угловое ускорение, φ – угол отклонения от положения равновесия.

При малых углах ($\varphi < 10^0$), $sin\varphi \approx \varphi$ и уравнение примет вид однородного дифференциального уравнения второго порядка:

$$(I_0 + m_0d^2)\ddot{\varphi} + mgd\varphi = 0$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{I_0 + m_0d^2}\varphi = 0.$$

В этом уравнении

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{m_0gd}{I_0 + m_0d^2}.$$

Определяя из эксперимента T , отсюда можно определить I_0:

$$I_0 = m_0d\left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - d\right)$$

Значение I_0, вычисленного таким способом, будет отличаться от значений, определенными другими способами на несколько процентов. Так как в этом случае не учтен во внимание момент сил трения M_x.

Воздействие сил трения на движение маятника Обербека можно изучить на примере затухания его колебательного движения.

На одно из веток маятника Обербека на расстоянии d прикрепляем груз m_0, затем, установив углоизмеряющий транспортир рядом с валом, изучается затухающее колебания маятника. Начальный угол отклонения берется обычно $\varphi_0 = 10^0 - 12^0$, а количество колебаний в нем обозначаем числом N. Из закономерности затухающих колебаний $\varphi = \varphi_0e^{-\delta t}$, определяем коэффициент затухания δ.

Декремент затухания определяется по следующему выражению:

$$\theta = \delta T = \frac{1}{N}ln\frac{\varphi_0}{\varphi_N},$$

следует отметить, что зная значение T, можно определить момент инерции маятника Обербека.

Значения момента инерции маятника Обербека, определенные с помощью вышеизложенных методов, имеют одного порядка. Значения, определенные методами без учета моментов силы трения и определенные методами с учетом моментов силы трения отличаются друг от друга на 10-12%.

Таким образом, по вышеупомянутыми методами, в физпрактикуме с помощью маятника Обербека можно проверить основной закон динамики для вращательного движения, теорему Штейнера, определить момент инерции маятника Обербека, изучить закономерности колебательного и затухающего колебательного движения.

Литература

1. А. В. Кортнев, Ю.В. Рублев, А.Н. Куценко. Практикум по физике. Москва: Высшая школа, 1963.-516 с.
2. Э.Н. Назиров и др. Механика ва молекуляр физикадан практикум. Укитувчи, 1979. -224 с.
3. Физический практикум. Механика и молекулярная физика под ред. В.И. Ивероновой Москва: Наука, 1968. – 379 с.
4. Руководство к лабораторным занятиям по физике. Под редакцией Л.Л. Гольдина. М.: Наука, 1973.,-688с.